

УДК 94(520):(091):51(092)

В статье рассмотрена история японской математики в Японии в период Эдо (1603–1868). Целью автора стало изучение этапов и специфики эволюции традиции васан в контексте персональной и интеллектуальной истории.

Ключевые слова: Япония; Эдо; история науки; японская математика; васан; рангаку; соробан; тэнздан; энри; бося-дзюцу.

The article deals with the history of Japanese mathematics in Japan in the Edo period (1603-1868). The author's goal is to investigate stages and features of the evolution of the Wasan tradition in the context of personal and intellectual history.

Keywords: Japan; Edo; History of Science; Japanese Mathematics; Wasan; Rangaku; soroban; tenzan; enri; boshajutsu.

Е. А. Филиппов

Санкт-Петербургский государственный университет

E-mail: evgenii.philippov@gmail.com

Японская математика васан в эпоху Эдо: исторический обзор. Ч. 1.

Научная статья

Е. А. Filippov

Saint Petersburg State University

The Japanese Mathematics Wasan: Historical Review. Part I

Scientific article

Априорно относясь к японской науке до европейского влияния как к стагнирующей или отсталой, в исследованиях учёные часто не обращаются к развитию математического знания. Японская математика не опережала европейскую, но тиражируемое пренебрежительное отношение к ней относительно «настоящей» европейской науки, которая пришла в Японию вместе с открытием страны «чёрными кораблями Перри» 1856 г., лозунгами модернизации страны 1868 г. и масштабной реформой образования в эпоху Мэйдзи, ошибочно.

Термин *васан* (和算) состоит из двух иероглифов *ва* – «Япония» и *сан* – «счёт, вычисление». Он переводится как «японская математика» и был введён в обращение Сато Масаяси (砂糖政養) в работе «Вопросы тригонометрии» (三角惑問¹) в 1856 г. с целью разделить понятия традиционной японской и новой западной математики *ёсан* (洋算) [1, с. 15]. В настоящее время термин встречается в исследованиях как пример альтернативных решений, частных случаев, включённых в цельную математическую систему и относимых главным образом к развитию математики в эпоху Эдо (1603–1868). Устоялось мнение, что традиции

васан в Японии исчерпали себя к концу XIX в. Чтобы развеять данное заблуждение, необходимо рассмотреть развитие японской математики как науки в историческом контексте.

В отечественной научной литературе вопрос освещался только в монографии М. В. Воробьёва и Г. А. Соколовой «Очерки по истории науки, техники и ремесла в Японии» (1976 г.) [2]. Однако среди японских исследователей эта тема остаётся актуальной. Можно отметить статьи Уэгаки Ватару [1, 3] и Кэндзи Уэно [4], монографию Фукагава Хидэосии Тони Росмана, посвященную геометрии *васан*, изданную в 2008 г. на английском языке [5], а в 2010 г. дополненную и переведённую на японский язык [6], труды Огава Цуканэ [7, 8, 9] и другие.

В VI в. в Японию проникают научные знания из Китая. Формирование в периоды Асакуса (593–710) и Нара (710–794) государственной системы в Японии вызвало необходимость подготовки чиновников. Открываются первые образовательные учреждения школы *Дайгакурё* (大学寮), где обучение велось на основе пособий, завезённых из Китая и Кореи. В начале VIII в. уже в Японии были созданы «счёты» *тикусаку* (ちかく柵) [2, с. 36], состоявшие из бамбуковых

¹ Санкаку вакумон

палочек *санги* (позже заменённых на дощечки) и разграфлённой на квадраты доски (или плотной бумаги) *сампан*. *Тикусаку* позволяли не только производить четыре простейших арифметических действия, но и решать более сложные арифметические задачи – возводить в степень, извлекать корни. Если обозначение цифр при помощи дощечек *санги* основывалось на древнекитайском приёме, то изобретение доски *сампан*, по-видимому, произошло уже в Японии [2, с. 37]. С конца X в. математика в Японии приходит в упадок, что было вызвано ослаблением центральной власти – основного потребителя математических знаний и «спонсора» математических школ.

В эпоху Муромати (1333–1568) купцы из Китая привозят в Японию счёты, получившие название *соробан* (算盤). Учёные стали использовать их в XV–XVI вв. Они и сейчас в некоторой степени известны и используются математиками-любителями не только в Японии, но и в мире, в том числе в России, на уроках «японской ментальной арифметики» для детей в школах устного счёта. В октябре 2017 г. в Санкт-Петербурге была открыта третья подобная школа. Старейшие известные [10, р. 173] японские счёты *соробан*, принадлежавшие *даймё* Маэда Тосиэ (前田利家), в настоящее время находятся в замке Нагоя.



Рис. Соробан

Соробан вытеснили прежние *санги* и нашли применение у торговцев и чиновников. В отличие от *санги*, сложных в использовании, они позволяли упростить подсчеты. По сути, в описываемый период их появление можно сравнить с изобретением калькулятора, заменившего в современном мире вычисления на счётах и «в столбик» на бумаге. Элементарные вычисления стали доступнее. Но и профессиональные математики меньше тратили времени на расчёты, что помогло качественно продвинуться теоретическому знанию. Распространение *соробан* получили на территории современного региона Кансай – в Киото, Осака, а затем и в Эдо. Здесь японская математика *васан* была сконцентрирована на протяжении всего описываемого периода.

С наступлением эпохи Эдо в XVII в. ситуация в стране изменилась. Необходимость в активных боевых действиях и содержании огромной армии самураев постепенно отпала, что дало военному сословию возможность развивать таланты, подходящие мирному времени (сбор налогов, хозяйствование, строительство фортификационных сооружений). Прикладная математика уже сделала заметные успехи в связи с развитием горного и землеройного дела, астрономии, навигации и торговли. Появляется интерес к математике. «Магия чисел» (занимательная любительская математика) всегда была популярна в Японии. Издания математических задач пользовались успехом.

В Японии наукой занимались преимущественно те, кто мог себе это позволить финансово: элита, военное сословие. Первым известным математиком эпохи Эдо считается Мори Камбэй Сигэеси (毛利 勘兵衛 重能). После битвы при Сэкигахара в 1600 г. он оставил военную службу, переехал в Киото, открыл математическую школу [11, с. 38], где в качестве учебника поначалу использовал китайскую работу «Заметки о счёте» (算用記²). Со временем Мори задумывается о собственном учебном пособии и в 1622 г. создаёт работу, известную как «Записи о делении» (割算書³) [10, р. 175], — первое в Японии оригинальное математическое сочинение, в котором изложены и систематизированы способы действия (в особенности деления) на счётах. В монографии М. В. Воробьёва издание датировалось 1625 г. (и называлось

² Санъёки³ Варисансё

Кидзё рансё), а сама книга считалась утраченной [2, с. 109]. В настоящее время исследователи считают, что книга сохранилась до наших дней, однако заглавие на обложке утеряно. В статье Кэньити Сато объясняет расхождения в названии. Поскольку обложка была утеряна, при каталогизации использовали первую строчку – оглавление, индекс. *Варисан Мокуроку но Сидай* (割算目録之次第) можно перевести как «раздел о делении» [10, р. 174], и работу назвали *Варисансё* (割算書), то есть «Записи о делении». Мори Сигэеси описывает способ деления с использованием особых приёмов запоминания, так же как на бумаге, — метод «Кандзё» [12]. В ранних исследованиях работа может называться *Канзё рансё* «Основы метода Кандзё». Поскольку в монографии М. В. Воробьёва упоминается о методе «кидзё», но не приводится иероглифика, можно предположить, что это та же работа.

Определённые трудности у исследователей также вызывает публикация в том же 1622 г. работы «Записки о различных вычислениях» (諸勘分物⁴), Момакава Дзихэ (百川治兵衛) из Садо, не получившей широкой известности в эпоху Эдо. Мало исследователей упоминают о ней. Сато [10, р. 175], соглашаясь, что работы равноценны по содержанию, отмечает различия в языке изложения и структуре.

Невозможно переоценить вклад Мори в японскую науку как учителя. Учениками его школы в Киото были выдающиеся математики своего времени – Ёсида Мицуёси (吉田 光由) и Имамура Томоаки (今村知商). Ёсида Мицуёси (1598–1672) не был старшим сыном, не мог наследовать семейное врачебное дело и избрал профессию учёного-математика. Он известен созданием в 1627 г. работы *Дзинкоки* (塵劫記) – «Записки о бесконечно малых и бесконечно больших величинах» – первой в Японии математической работы с цветными рисунками [11, с. 50]. Бесчисленные перепечатки этого труда и сочинения под тем же названием, ставшим нарицательным, вплоть до XIX в. оставались популярными учебниками арифметики. В них на основе вычислений на *соробан* рассматривались квадратные и кубические корни, методика «восьми вычислений» [2, с. 109], то есть деления 1 2 3 4 5 6 7 8 9 соответственно на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, способы деления единицы на одно- или многозначное число.

⁴ Сёканбуммоно

Другой ученик Мори — Имамура Томоаки — после обучения основал собственную школу [10, р. 175] в Эдо. В 1639 г. Имамура выпустил книгу *Кэнгай року* (堅亥録), где описывал способы измерения геометрических характеристик круга, шара, конуса [13, р. 280]. В ней отношение длины окружности к диаметру, «следуя индийской традиции, принималось за $\sqrt{10} \approx 3,162$. Он установил, что площадь круга примерно равна $\frac{1}{4}$ произведения диаметра на длину окружности, а объём шара при диаметре, равном единице, составляет 0,51. Автор даёт способ вычисления периметров правильных многоугольников – от равностороннего треугольника до правильного десятиугольника по их радиусам» [2, с. 110].

В 1645 г. Момакава Дзихэ (百川治兵衛) разрабатывает один оригинальный способ деления на счётах соробан, где, в отличие от Мори и его особых приёмов запоминания, используется таблица умножения – метод камэйдзан (亀井算) [14, р. 32]. В 1660 г. Исамура Ёсинори (磯村吉徳) издаёт ставший популярным на сотню лет задачник «Решение неразрешимого искусством счёта» (算法闕疑⁵) [11, с. 146].

В XVII в. японские математики независимо создали ряд работ, содержащих идеи, близкие к выводам итальянского учёного Бонавентуры Кавальери (1598–1647), предтечи математического анализа в Европе. Например, Мурамацу Сигэкиё (村松茂清) разделил сферу на ряд параллельных слоёв или сегментов равного положения и вычислил объём шара путём вычисления каждого сегмента [11, с. 43]. Встречается ошибочное чтение имени Мурамацу Сигэкиё⁶ – 村松茂清. Очевидно, что для японских исследователей правильное чтение — Мурамацу — не вызывает трудностей, в большинстве же англоязычных работ XX в. использовалась фамилия «Мацумура». Несмотря на то что ещё в 1914 г. в работе [14, р. 77] Смита и Ёсио поднимался такой вопрос, в современных исследованиях можно встретить подобное написание. Ошибка перешла и в немногочисленные русскоязычные труды [2, с. 110].

В 1663 г. в работе «Счётная доска» (算俎⁷) Мурамацу приводит арифметический треугольник

⁵ Сампо Кэцуги сё

⁶ Один из 47 ронинов, воспетых в японской литературе [21].

⁷ Сансо

для составления биномиальных коэффициентов, позволяющих производить разложение бинома вплоть до восьмой степени, вписав правильный многоугольник в шар. Там же он вычисляет число π до 21 знака (3,141592648777698869248..) [9, с. 69], уточняет величину объема шара. Но самое главное: в его работе вводится новое понятие *идай* (意題) — задача и её решение. Обычно математики *васан* давали только задачу. В редких случаях, когда к задаче прилагалось её решение, оно выглядело следующим образом: пример задачи из *Дзинкоки*: «Сколько всего мешков риса на картинке?» — «91» и объяснение: «Сложите 13 — количество мешков в нижнем ряду и 1 — количество в верхнем. Умножьте полученную сумму на 13. Разделите произведение на 2. Ответ: 91» [4, р. 476].

Следующей вехой в истории развития математики в Японии в XVII в. можно считать появление в 1670 г. работы «Записи о старых и новых методах вычисления» (古今算法記⁸) [8, с. 166] Савагути Кадзуюки (沢口一之), где объясняются способы извлечения корней и решения задач, недоступных для *соробана*. В Японии существовала система *измото*: помимо запрета без дозволения главы школы вести преподавательскую деятельность была распространена практика передачи титула главы школы от отца к сыну. Кастовость [15, р. 43] и стремление сохранить секреты школы, независимое поведение учёных-математиков привели к тому, что влияние многих школ с течением времени сужалось настолько, что полученные знания утрачивались. Многие приходилось открывать заново. Единственным исключением можно назвать «открытую» школу Сэки Такакадзу⁹ (関孝和, 1642–1708). Сэки делил учеников на пять разрядов. Только двое-трое избранных из высшего разряда были допущены к квинтэссенции математических достижений его школы. Посвящённые «в секрет» обязаны были сохранять знание тайным [2, с. 112]. Тем не менее открытого для общего доступа знания, а также консолидации вокруг школы в разные года практически всех виднейших математиков

⁸ Кокан сампо ки

⁹ В англоязычных исследованиях устоялся вариант написания «Сэки Кова». В русскоязычной литературе утвердился вариант Сэки Такакадзу. В японской литературе употребляются оба чтения, однако, «Такакадзу» автору встречалось чаще.

оказалось достаточным, чтобы определить вектор развития *васан* ещё на десятилетия вперед.

Вершиной в развитии математики эпохи Эдо является вклад Сэки Такакадзу, заслугами которого стало внедрение алгебраического метода вычислений *эндан* (японский вариант китайского метода *тэнгэн дзюцу*, 天元術) и разработка собственного — *тэндзан дзюцу*¹⁰ (点竄術), где использовались иероглифы-символы вместо палочек (дощечек) *санги* [2, с. 111], что упростило запись математических действий. По сути, он создал японскую алгебру. Учёный самостоятельно разработал теорию отрицательных уравнений, нашёл метод решения уравнений третьей и далее степеней, открыл отрицательные и мнимые (комплексные) корни, развил теорию определителей и бесконечно малых чисел, ввёл в 1683¹¹ г. свой вариант дифференциального исчисления, разработал теорию биномов для интегральных величин, исследовал арифметические и геометрические прогрессии, создал теорию кругов (*энри*, 円理), позволявшую вычислять площадь плоских фигур с помощью заполнения их кругами [9, с. 12, 15, 29, 39-41, 66-78, 94-97, 111, 128]. Из китайской традиции японская математика унаследовала метод *тхеньян шу*¹² для написания уравнения с одним неизвестным и схемой решения цифрами [4, р. 476]. Сэки же использовал свой метод *босё хо* (傍書法) — метод записи имен неизвестных и их степеней справа от числовых знаков, что показывало коэффициенты уравнения. Этот способ схож с известным математикам методом Горнера¹³ опубликованном автором в 1819 г.

В работах Сэки и его учеников системно появляются объяснения задач. Наиболее известны следующие работы [8, с. 75]: 1674 г. «Хацуби сампо» (発微算法), 1681 г. Дзюдирэки Кёрицусэй но хо (授時歴経立成之法), 1682 г. Кайфукудай но хо (解伏題之法), 1685 г. Кайиндай но хо

¹⁰ Господствующий ранее метод сантю предполагал изображать нужное число с помощью палочек. Эндан — алгебраический способ решения уравнений путём введения иероглифов-символов. Метод Тэндзан уже означал полное господство иероглифических обозначений.

¹¹ Если дата верна на 10 лет раньше Лейбница в Европе [8, с. 2].

¹² 天元術

¹³ Методом Хорнера. Однако в русскоязычной литературе уже устоялось название Горнер. William George Horner (1786–1837) — британский математик, в честь которого названа схема Горнера.

(解隱題之法) и Кайхо Хонхэн но хо (開法翻變之法) [16], 1710 г. «Тайсэй санкё» (大成算經), 1712 г. «Кацуё сампо» (括要算法). Многие свои записи Сэки не успел привести в порядок, что после его смерти и сделали его ученики, упорядочив и развив идеи учителя. На основе заметок Мурахидэ Араки (村英荒木) составил *Ситибэ эймэй* (七兵衛永明)¹⁴ или «Семикнижие» [11, с. 42, 156]. Труд стал квинтэссенцией математических знаний Японии эпохи Эдо. Однако книга распространялась в рукописи: упомянутый выше метод *тэндзан* считался профессиональной тайной. Для более широкого круга читателей предназначалась подготовленная после его смерти «Прикладная арифметика» (括要算法¹⁵) [9, с. 40].

Ещё один ученик Сэки, Такэбэ Катахино¹⁶ (建部 賢弘), положивший начало японской тригонометрии, в 1722 г. выпустил две работы — *Тэйдзюцу санкё* (綴術算經) и *Фукю Тэйдзюцу* (不休綴術), в которых объяснял применение алгебраического метода (*тэнгэн*), а также теорию кругов — *энри*. *Энри* (円理) также можно понимать как «принцип цикличности» — неполный аналог европейского «математического анализа» [2, с. 112]. В 1722 г. японский учёный нашёл разложение *функции* ($\arcsin x$)² в степенной ряд — пятнадцатью годами ранее, чем его европейский коллега Леонард Эйлер [17, р. 557]. Такэбэ применил *метод экстраполяции* Ричардсона¹⁷ на двести лет раньше самого Ричардсона [18, р. 317].

Характерная черта и один из главных недостатков работ учёного: он опускал ход решения и давал одни конечные результаты. Поскольку это утверждение справедливо практически для всех математических трудов эпохи Эдо, необходимо отметить особенность изучения *васан* исследователями-историками. С середины XX века японские учёные, главным образом в институте *васан* в Токио, исследуют рукописи и вновь открывают то, что было известно японской математической науке, но утрачено — по причинам исчезновения понимания метода

вместе с упадком конкретной школы с «секретами», экспансии европейской науки и образования, культурных изменений на рубеже XIX–XX вв. Если отдельные аспекты *васан* (например, вычисления на счётах *соробан*) сохранились в том или ином виде в XX в., то другие (*сангаку*) возродились уже в настоящее время, поэтому невозможно говорить о непрерывности традиции. В XX в. математики установили, что Такэбэ Катахино вычислил число π до 41 знака, применив метод экстраполяции. Сэки же рассчитывал π в 1712 г., используя метод преобразования последовательностей Δ^2 *Айткена*¹⁸, введённый европейцем в мировую математическую науку в 1926 г. Согласно исследованиям [4, р. 476] XXI в., также Сэки впервые применил метод расчёта объема шара. Такэбэ Катахино разработал свой метод вычисления площади части шара. Вместе с Адзима Наонобу (安島 直円) они усовершенствовали теорию кругов, используя метод аналогичный «интегрированию» [2, с. 113] в европейской формулировке, деля уже не на дугу, а на хорду.

Адзима Наонобу, занимавший пост астронома в правительстве бакуфу, усовершенствовал метод определения сходимости бесконечных дробей, применив интегральное исчисление к определению площади круга, способ нахождения линии пересечения двух заданных поверхностей, а также площади и объёмов двух пересекающихся тел. Раньше¹⁹, чем в Европе (Джанфранческо Мальфатти) им была решена задача вписания трёх кругов в треугольник. В современных задачниках она часто называется «японской теоремой» [19]. Опубликованная в 1799 г. в работе «Фукю сампо» (不朽算法) задача Адзима является верным следствием «теоремы Малфатти». Сам Малфатти в 1803 г. публикует не теорему, а предлагает задачу: из треугольной призмы мрамора необходимо высечь три цилиндрические колонны так, чтобы максимизировать общий объём колонн.

¹⁸ Разработан Александром Айткеном в 1926 г. Малоизвестен в русскоязычной литературе. Следует искать литературу по «преобразованию последовательностей».

¹⁹ Встречаются различные датировки — от 4 до 30 лет. Автором выбрана наиболее поздняя дата — 1799 год. Дата, когда задача была «не возможно решена», а решение было опубликовано. Однако названная работа была выпущена его учеником уже после смерти Адзима (в 1798 г.).

¹⁴ В работе М. В. Воробьёва «Ситибусё» [2, с. 112]. Верно же Ситибэсё или Ситибэ эймэй [11, с. 42, 156].

¹⁵ Кацуё сампо

¹⁶ В этом имени довольно часто встречаются опечатки и неточности. Такэбэ Катахино [11, с. 53].

¹⁷ Льюис Фрай Ричардсон (1881–1953) — английский математик.

Однако в 1930 г. появились сомнения в верности решения, а в 1992 г. было доказано, что решение ошибочно. В 1994 г. была выдвинута новая гипотеза решения с помощью жадного алгоритма. Теорема и сейчас называется именем итальянского учёного Малфатти. Однако точки касания подобных вписанных в треугольник окружностей называются «точками Адзима-Малфатти». Современная математика предлагает новые алгоритмы решения; в 2016 г, например, с помощью метода глобального поиска [20].

Ссылки

1. 上垣 涉. 「和算」と「洋算」の語義に関する史的考証. // 三重大大学教育学部研究紀要. 第50巻. 教育科学. 津: 三重大大学教育学部数学教室, 1999. 頁13–29. [Уэгаки Ватару. Историческое исследование определений «васан» и «ёсан» // Известия исследователей Педагогического факультета. Номер 50. Педагогические науки. Цу: Математическое отделение Педагогического факультета Университета Миэ, 1999. С. 13–29].
2. Воробьёв М. В., Соколова Г. А. Очерки по истории науки, техники и ремесла в Японии. М.: Наука, 1976. 231 с.
3. 上垣 涉. 明治中期における珠算の復興運動に関する一考証 // 三重大大学教育学部研究紀要. 第51巻. 教育科学. 津: 三重大大学教育学部数学教室, 2000. 頁1–20. [Уэгаки Ватару. Исследование по движению возрождения вычислений на счётах абак (Соробан) в середине периода Мэйдзи // Известия исследователей Педагогического факультета. Номер 51. Педагогические науки. Цу: Математическое отделение Педагогического факультета Университета Миэ, 2000. С. 1–12].
4. Kenji Ueno. Mathematics teaching before and after the Meiji Restoration // ZDM Mathematics Education. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012. Vol. 44. P. 473–481.
5. Fukagawa H., Rothman T. Sacred mathematics: Japanese temple geometry. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 2008. xxiii, 348 p.
6. 深川 英俊, トニー ロスマン. 聖なる数学: 算額. 世界が注目する江戸文化としての和算. 東京: 森北, 2010. 356頁. [Фукагава Хидэтоси, Росман Тони. Священная математика: Сангаку. Васан, как замеченный в мире культурный феномен эпохи Эдо. Токио: Морикита, 2010. 356 с].
7. 小川東. 江戸の和算と明治の洋算. 科学を受容するということ // 科学vol. 78, № 1. 東京: 岩波書店, 2008. С. 73–75頁 [Огава Цуканэ. Васан в эпоху Эдо и ёсан в эпоху Мэйдзи. К вопросу восприятия науки // Наука. Т. 78, № 1. Токио: Иванами сётэн, 2008. С. 73–75].
8. 小川東, 森本光生. 江戸時代の数学最前線. 和算から見た行列式. 東京: 技術評論社, 2014. 223頁. [Огава Цуканэ, Моримото Мицуо. На передовой математики эпохи Эдо. Процессы с точки зрения васан. Токио: Гидзюцу хёронон ся, 2014. 223 с].
9. 小川 東, 平野 葉一. 数学の歴史: 和算と西欧数学の発展. – 東京: 朝倉書店, 2003. vii, 276頁. [Огава Цуканэ, Хирано Ёити. История математики: развитие Васан и западноевропейской математики. Токио: Асакура сётэн, 2003. vii, 276 с].
10. Sato Ken'ichi. The Jinkoki of Yoshida Mitsuyoshi / Seki, founder of modern mathematics in Japan: a commemoration on his tercentenary / ed. by Knobloch Eberhard, Komatsu Hikosaburo, Liu Dun / Springer proceedings in mathematics & statistics. Tokyo: Springer, 2013. Vol. 39. P. 173–186.
11. 三上義夫著, 佐々木力編. 文化史上より見たる日本の数学. – 東京: 岩波書店, 1999. 341, 6頁. [Миками Ёсио, Сасаки Тикара. Японская математика с точки зрения истории культуры. Токио: Иванами сётэн, 1999. 341 с].
12. 城地茂. 関孝和の数学と勘定方の住居「楊輝算法」「甲府様御人衆中分限帳」「御府内沿革図書」と「諸向地面取調書」にみる幕臣の感性 // 京都大学数理解析研究所. 講究録第1625巻2009年. 頁160–179. [Дзэти Сигэру Математические достижения Сэки Такакадзу и метод «Кандзё-гата». Восприятие метода чиновниками бакуфу по материалам «Ян Хуэй Сунафа», «Кофусама гонинсюдзюбугэнтё», «Гофунэй энкаку дзусё» и «Сёмуки дзимэн торисирабэсё» // Исследовательский институт математических наук Университета Киото. Материалы лекций. Т. 1625 (2009). С. 160–179]. URL: <http://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/141905/1/wasan.pdf> (дата обращения: 01.05.2016).
13. Silke Wimmer-Zagier, Don Zagier. Some Questions and Observation around the Mathematics of Seki Takakazu / Seki, founder of modern mathematics in Japan: a commemoration on his tercentenary / ed. by Knobloch Eberhard, Komatsu Hikosaburo, Liu Dun / Springer proceedings

in mathematics & statistics. Tokyo: Springer, 2013. Vol. 39. P. 275–298.

14. Smith David E., Yoshio Mikami. A History of Japanese Mathematics. Republication of edition published by Open Court Publishing Company, Chicago, 1914. Mineola, NY: Dover Publications, 2004. 290 p.

15. Bartholomew. J. R. The formation of science in Japan. New Haven; London: Yale University Press, 1993. 386 p.

16. 和算の時代 : 日本人の数学力をたどる // 平成15年度京都大学附属図書館公開企画展. 京都: 京都大学附属図書館 [Эпоха Васан. Проследим успехи математических достижений японцев // К выставке 2003 года Центра открытых публикаций библиотеки университета Киото. Киото: Библиотека университета Киото]. URL: <http://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/141605/4/wasan.pdf> (дата обращения: 03.06.2016).

17. Goto Takefumi, Komatsu Hikosaburo. Seki's Theory of Elimination as Compared with the Others' // Seki, founder of modern mathematics in Japan: a commemoration on his tercentenary / ed. by Knobloch Eberhard, Komatsu Hikosaburo, Liu Dun / Springer proceedings in mathematics & statistics. Tokyo: Springer, 2013. Vol. 39. P. 553–574.

18. Xu Zelin, Zhou Chang. Standing on the Shoulders of the Giant Influence of Seki Takakazu on Takabe Katahiro's Mathematical Achievements // Seki, founder of modern mathematics in Japan: a commemoration on his tercentenary / ed. by Knobloch Eberhard, Komatsu Hikosaburo, Liu Dun / Springer proceedings in mathematics & statistics. Tokyo: Springer, 2013. Vol. 39. P. 311–330.

19. Хонсбергер Р. Старая японская теорема // Квант: Научно-популярный физико-математический журнал. 1990. № 7. URL: http://kvant.mccme.ru/1990/07/staraya_yaponskaya_teorema.htm (дата обращения: 23.06.2016).

20. Энхбат Р., Баркова М. Метод глобального поиска для задачи Мальфатти: случай четырёх кругов. // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2016. Т. 15. URL: http://isu.ru/ru/publication/izvestia/article.html?jsessionId=7A1CE4666111E798F28FB05216A1B326?article=_377e72cddf9c4ca6a3d9409838c653d4&journal=_09fcbf254d8c4d31867ed3e2aada9993 (дата обращения: 12.05.2016).

21. The Catalog of the Exhibition «和算の時代» (The Age of Japanese Mathematics) / ed. by Kenji Ueno, Chapter 3, p. 28, item 66 (Kyoto University Library, 2003). Kyoto University Library. URL: <http://edb.kulib.kyoto-u.ac.jp/tenjikai/2003/zuroku/> (дата обращения: 12.05.2016).